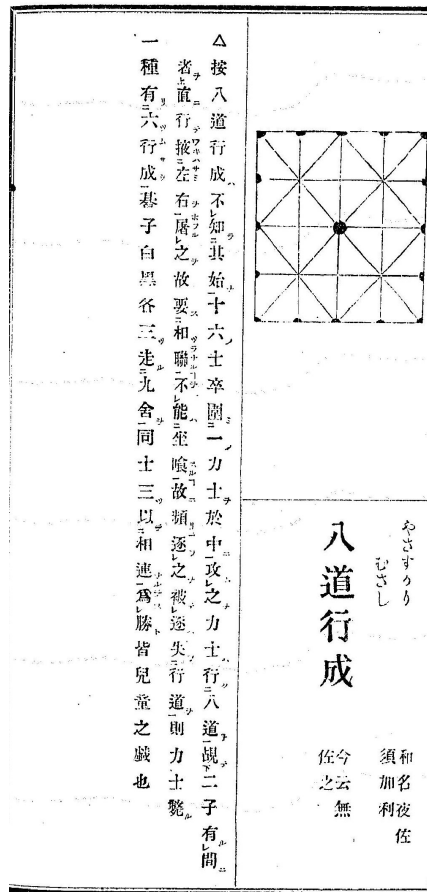


十六むさしの強解決

東京大学 田中哲朗

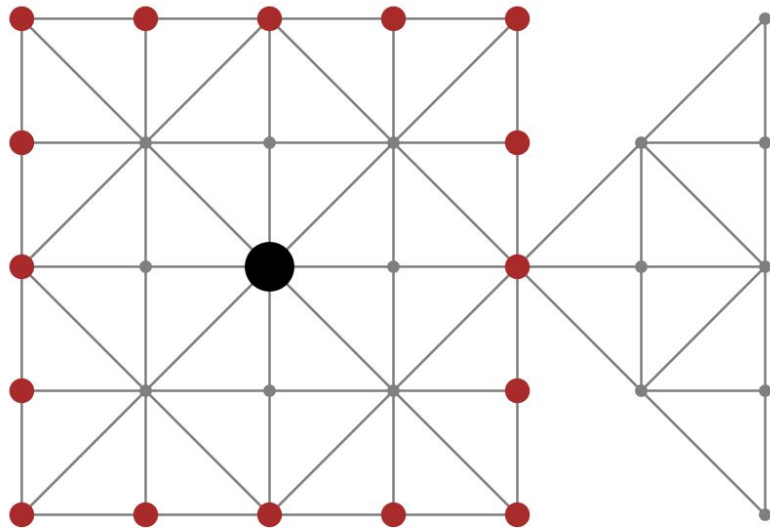
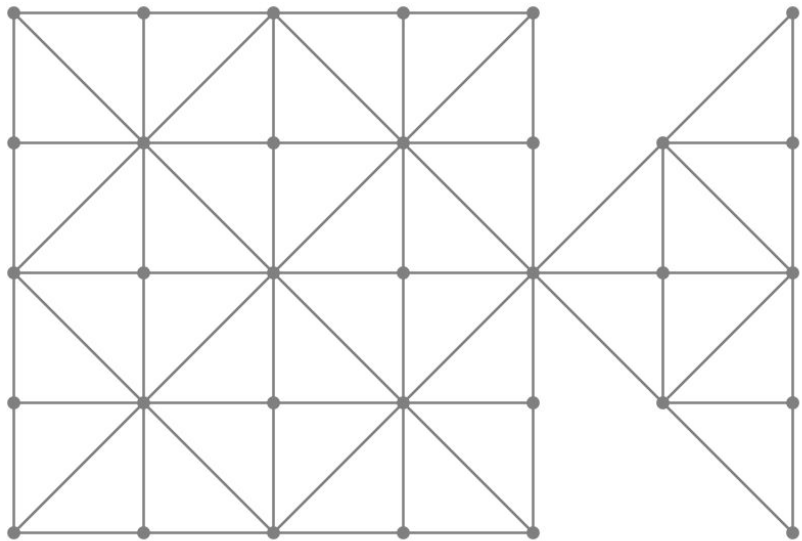
「十六むさし」とは

- 400年以上の歴史を持つボードゲーム ⇒ あまり知られていない?
- プレイヤの動きに非対称性
- 挟まれると取られるゲームは多いが、挟まれる位置に移動すると相手をとれる
- ルールのバリエーションがあるが、とりあえずは次スライドのルール (BOARD33)



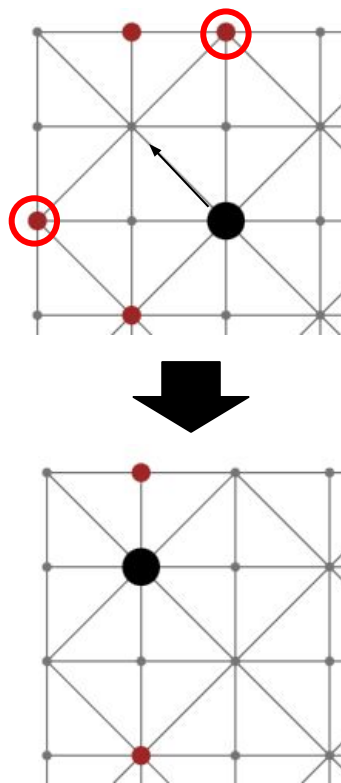
「十六むさし」のルール(1)

- 2人のプレイヤーで遊ぶ. 片方を黒プレイヤー, 他方を茶プレイヤーと呼ぶ.
- 33つの点を持つボードでプレイする (下図左). 点と点をつなぐ線分がある.
- 16個の茶駒と, 1個の黒駒でプレイする. 初期配置は下図右.



「十六むさし」のルール(2)

- 各プレイヤーは交互にプレイする. 最初にプレイするのは茶プレイヤー .
- 茶プレイヤーの手番では, 茶プレイヤーは茶駒の一つを隣接する (線分で結ばれた)空の(駒が置かれていない)点に移動させる.
- 黒プレイヤーの手番では, 黒プレイヤーは黒駒を隣接する (線分で結ばれた)空の(駒が置かれていない)点に移動させる. 移動後の黒駒が, 1対(2つ)の茶駒で挟まれた状態になっている場合は, その 1対の茶駒は取り除かれる. 茶駒の複数の対に挟まれた状態になっている場合は, すべての対が取り除かれる. 削除される対の数は最大 3対となっている.
- 黒プレイヤーの手番で移動先がない場合は, 茶プレイヤーの勝ちとする.
- 茶プレイヤーが勝つ可能性がなくなったら, 黒プレイヤーの勝ちとする.



「十六むさし」のルール(3)

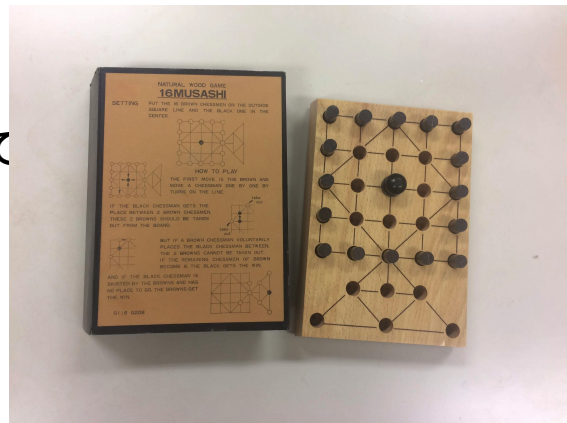
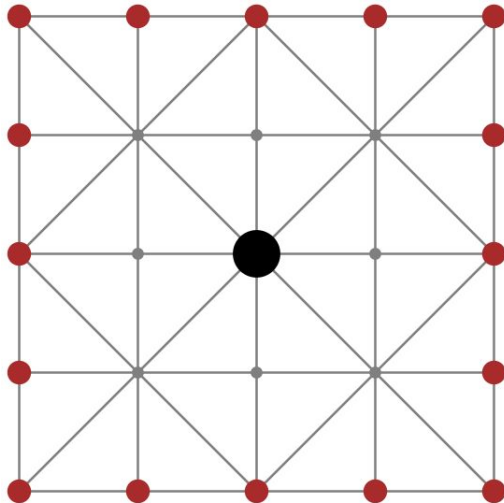
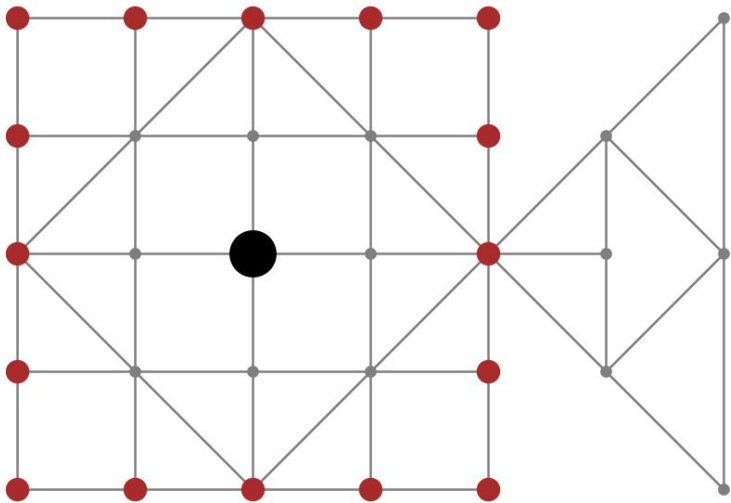
- 「黒プレイヤーの勝ち」の条件が曖昧?
 - 「茶駒の数が6以下になったら黒プレイヤーの勝ち」というルールも
 - このルールを入れてもしばしば繰り返しが発生 ⇒ 引き分けとすると茶プレイヤーが引き分けに持ち込むのは簡単
 - 本研究では「同じ盤面 (手番と駒の配置が同じ) がゲーム中に現れたら, 黒プレイヤーの勝ち. 」と定義
 - 人間同士のプレイでは判定の難しさも
- 「茶プレイヤーが動かせる駒がないときは？」
 - 人工的に作らないとほぼ発生しない.
 - 本研究では「黒プレイヤーの勝ち」という自然な定義を採用

「十六むさし」の問題点

- 茶プレイヤーの圧倒的優位
 - 茶プレイヤーが大きなミスをして2-3回しても有利というイメージ
- 戦略の乏しさ
 - 茶プレイヤーは「1手先, 3手先で取られないように気をつけつつ, 黒の可動範囲をへらす」だけ
 - 黒プレイヤーは「相手を取れる時に取る」, 「次で取れなくても, 3手先で取れる」位.
- 「問題点」というよりはそういうゲーム?
 - 親が黒駒をプレイして, 茶プレイヤーに勝たせてあげる教育的ゲーム?
 - 茶プレイヤーが必勝になって卒業していくゲーム?

「十六むさし」のバリエーション

- BOARD31 (下図左) : 海外製の市販ボードにあった配置
- BOARD25(下図右); 江戸時代の百科事典「和漢三才図会」で「むさし」という名前で紹介



「十六むさし」の強解決

- 弱解決 (初期配置の勝敗)は容易
 - おそらく人手でも茶プレイヤーの勝ちの証明は可能
 - 強解決 (すべての配置の勝敗)の決定はそれなりの計算機パワーが必要
- 面白い初期配置はあるか?
 - 勝ちまでに要する手数が長い配置は?
- 駒の数と勝敗の関係は?
 - 茶駒の数を16までに制限せず, すべての盤面に対して勝敗を決定

強解決の方法

- 後退解析 (retrograde analysis)
 - 勝敗の決まった(leaf) 局面から1手ずつさかのぼって勝敗を決めていく.
 - 「勝ちに要する手数」も含めて求めることができる.
- 後退解析のためのテクニック
 - 局面を分割しての並列実行はやりやすい (ただし, 1局面にかかる時間はまちまちなので, きれいにプロセッサ分に分割するのは.)
 - 一度に主記憶に保存する容量を減らしてディスクにどれだけ逃がすか?
 - ある局面の集合を計算する際に必要な1手先の局面の含まれる集団が主記憶にあれば良い.

「十六むさし」での工夫

- 「引き分け」のないゲームとして定義したので、1局面のゲーム値は1ビットで表現
 - iterationごとにディスクに保存しておき、手数は後で再構成
- 茶駒数は単調減少だが、1手で0,2,4,6個少ない局面に移行可能.
 - 全局面をメモリに置かずに、関係のない局面の値はディスクに逃がすことが可能. => 今回はこの性質は利用しなかった.

局面数の上限値

BOARD33 33点に黒駒は1つ存在するので, 33通りある. 残りの点は32点だが, それぞれに茶駒の存在/非存在で2通りあるので, 2^{32} 通り. 手番が2通りなので, $33 \times 2^{32} \times 2 = 283,467,841,536$

上下の対称性により半分程度まで減る. BOARD25は左右, 回転の対称性があるので1/8程度まで減る.

⇒ 1局面1ビットで表現すれば, 全局面をメモリ上に置ける.

局面からインデックスへの変換

座標の表現

14 15 16 17 18 19

7 8 9 10 11 12 13

0 1 2 3 4 5 6

20 21 22 23 24 25 26

27 28 29 30 31 32

黒駒の位置は33通り(対称性を考えると20通り), 茶駒の有無は 2^{32} 通り(黒駒のあるところには置けない), 黒駒の位置のビットを手番の表現に使い 20×2^{32} 通りの表現が可能.

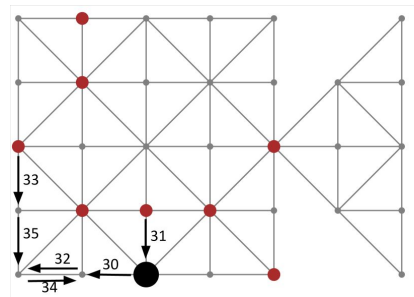
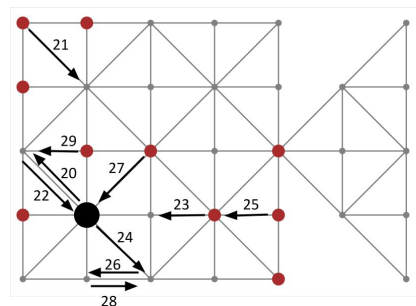
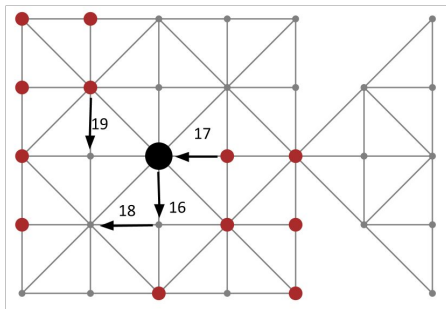
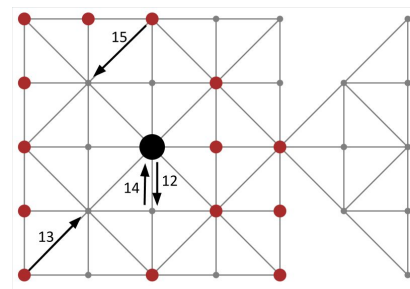
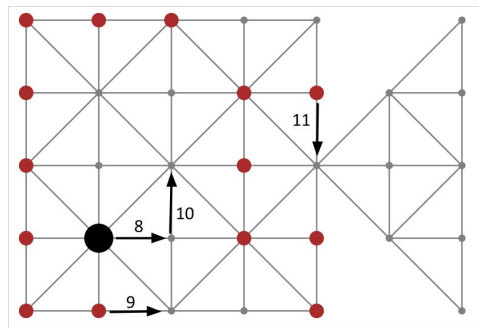
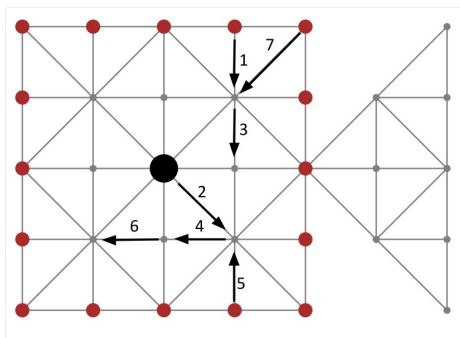
黒駒が0-6のときに上下反転した局面が複数インデックスに現れることがある.

後退解析

- 128GBを積んだ AMD Ryzen Threadripper 2990WX
- C++で作成し, 60並列で動かす
- 21時間で終了
- プログラムは <https://github.com/tanakat01/16musashi> で公開

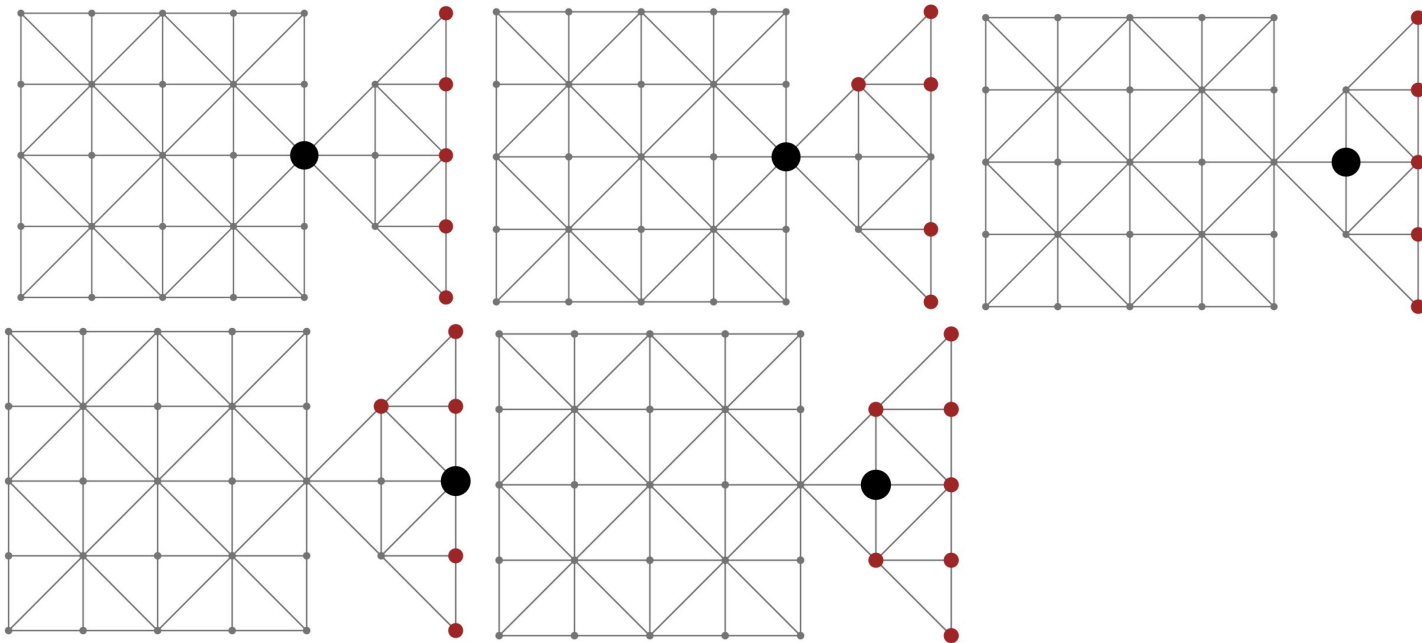
BOARD33 結果の概要(1)

初期配置は茶プレイヤーの35手での勝ち (下図はその一例)



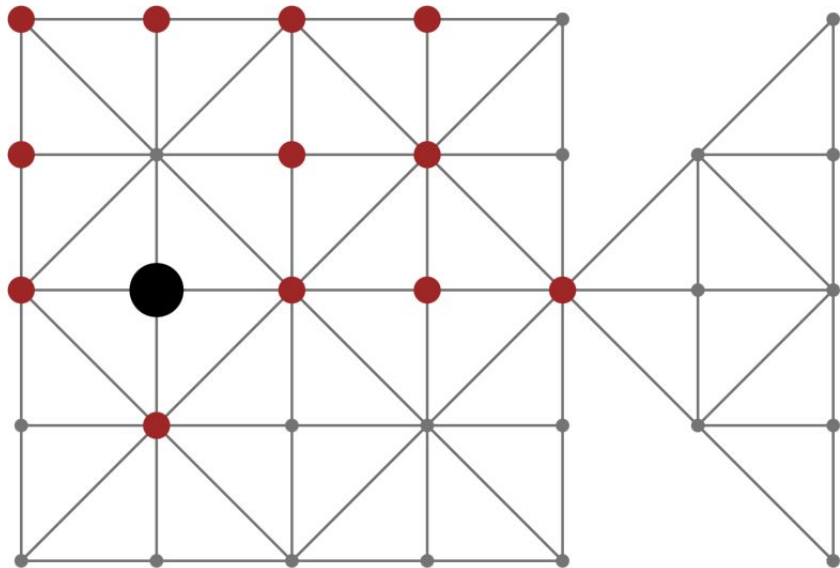
BOARD33 結果の概要(2)

- 茶プレイヤーの手番で勝ちまでに要する手数が最大なのは57手
- 局面は茶駒5個で4局面, 茶駒7個で1局面



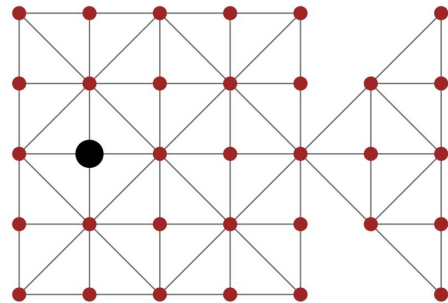
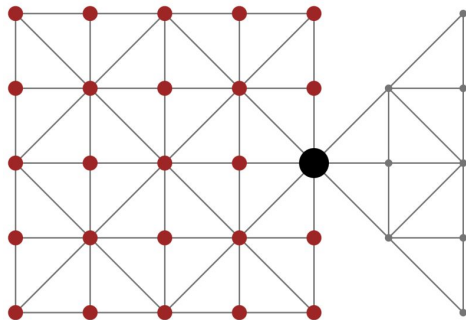
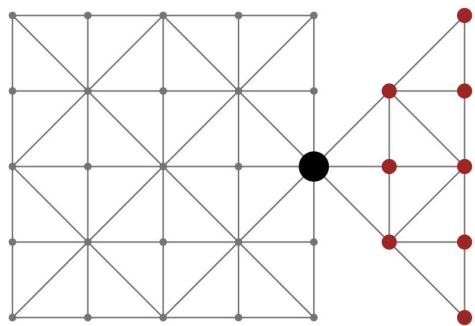
BOARD33 結果の概要(3)

- 黒プレイヤーの手番で黒が勝てる局面で茶駒の数が最大なのは, 12個の時. 下図は一例
- すべて次の手で4個以上の茶駒を取れる局面.

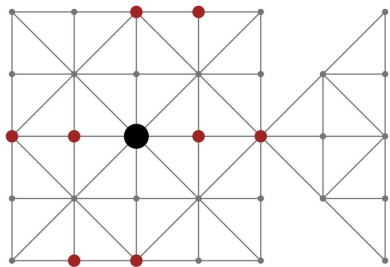


BOARD33 結果の概要(4)

- 茶プレイヤーの手番で黒が勝てる局面としては、動かせる駒がない場合がある

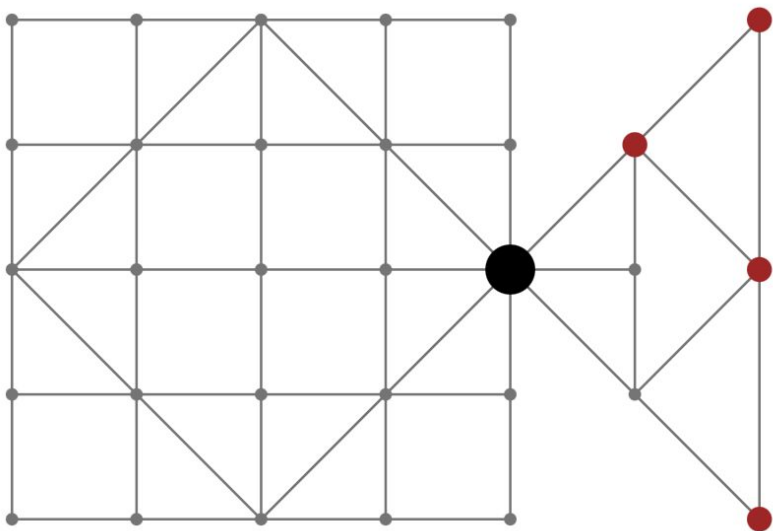


それを除くと茶駒が8個のときが最大. 下図はその例



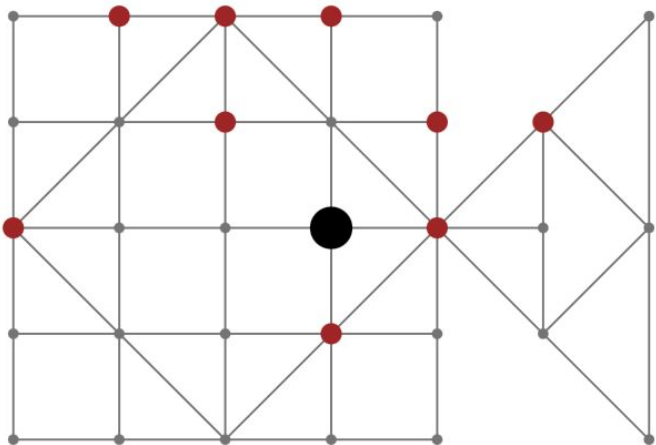
BOARD31結果の概要(1)

- 初期配置は茶プレイヤーの17手での勝ち
- 茶プレイヤーの手番で勝ちまでに要する手数が最大なのは49手. 該当するのは下の1局面



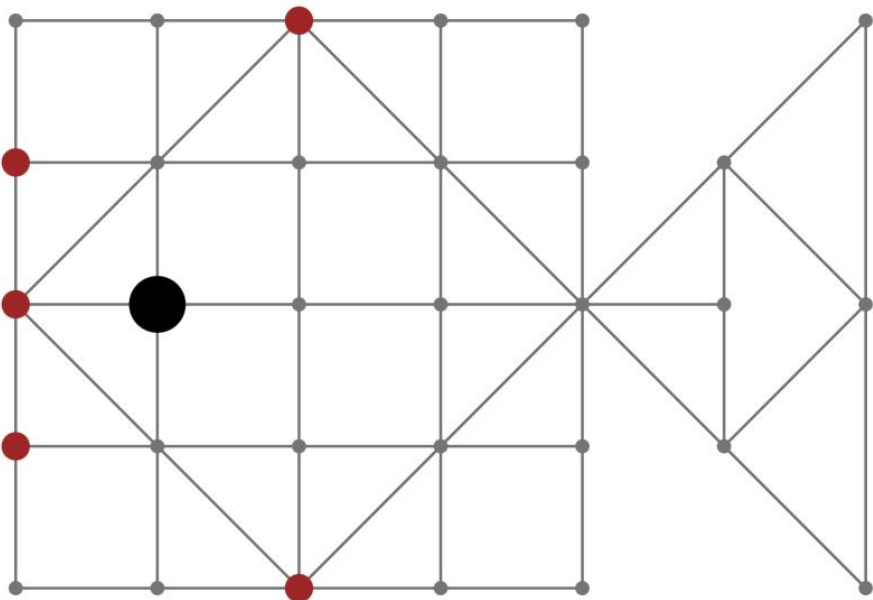
BOARD31 結果の概要(2)

- 黒プレイヤーの手番で黒が勝てる局面で茶駒の数が最大なのは, (誤 12, 正 9)個の時. 下図は一例 (論文中では図6とBOARD33の図を参照していて, BOARD31の図が含まれていませんでした. また表2, 表3の茶勝ち(黒番), 茶勝ち(茶番)は黒勝ち(黒番), 黒勝ち(茶番)の誤りです)
- すべて次の手で4個以上の茶駒を取れる局面.



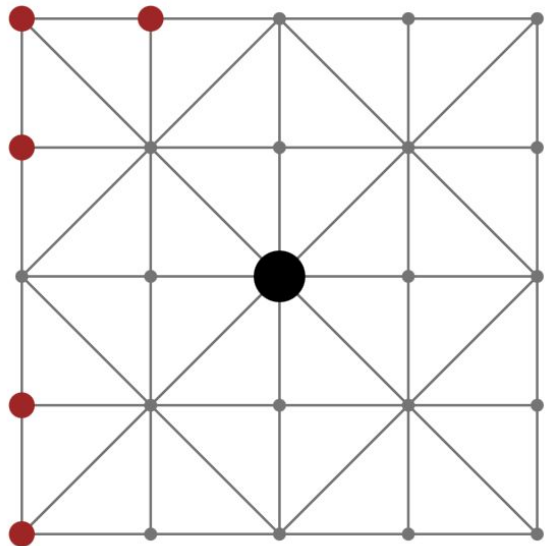
BOARD33 結果の概要(3)

- 茶プレイヤーの手番で黒が勝てる局面としては、動かせる駒がない場合がある
- それを除くと茶駒が5個のときが最大. 下図はその例



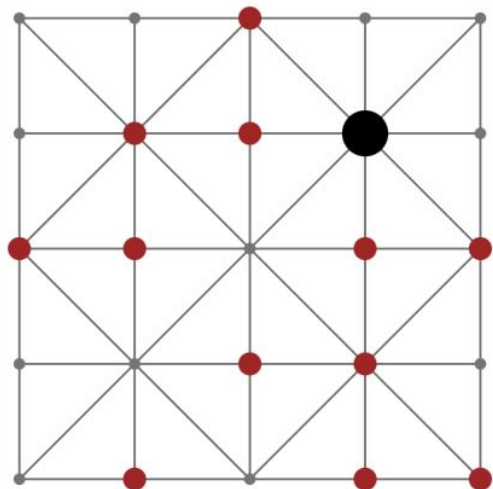
BOARD25結果の概要(1)

- 初期配置は茶プレイヤーの31手での勝ち(BOARD33とは手数が異なる)
- 茶プレイヤーの手番で勝ちまでに要する手数が最大なのは37手.
- そのような局面は31個ありすべて茶駒の数が5. 下図が一例



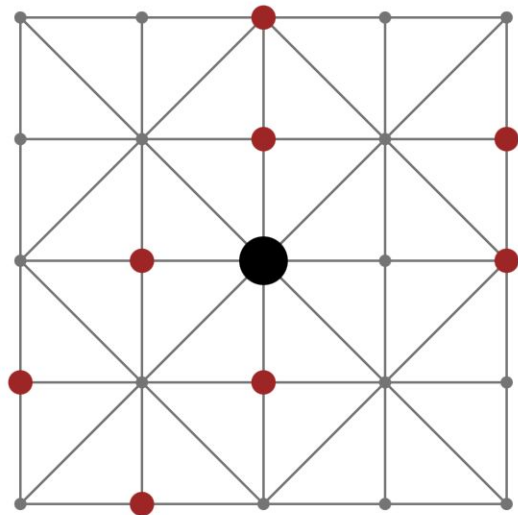
BOARD25 結果の概要(2)

- 黒プレイヤーの手番で黒が勝てる局面で茶駒の数が最大なのは, 12個の時. 下図は一例



BOARD25 結果の概要(3)

- 茶プレイヤーの手番で黒が勝てる局面としては、動かせる駒がない場合がある
- それを除くと茶駒が8個のときが最大. 下図はその例



まとめ

- 十六むさしのいくつかのバリエーションを強解決した
- わかったこと
 - 初期配置は茶プレイヤーの勝ち
 - 初期配置の茶駒の数と、黒プレイヤーが勝てる最大の茶駒の数との間に大きなギャップ
 - 手数が長い局面でも、それほど長くはない(BOARD33で57手). 個人的な感想では、茶プレイヤーが勝つのはそれほど難しくない.
- 未解決の問題
 - 黒プレイヤーが勝つ(同一局面を繰り返す)のに必要な手数が最大になる局面
 - 協力ゲームにすると longest path problem で一般のグラフでは NP困難. 非協力ゲームでは更に難しくなることが予想される.

十六むさしの楽しみ方

- 黒プレイヤーは楽しくない. 黒プレイヤーはコンピュータにやってもらうのがお勧め.
- 茶プレイヤーも勝つだけは楽しくない. 最短で勝つことにチャレンジするのがお勧め.
- 茶プレイヤーで黒プレイヤーを詰ます場所を決めて(それ以外の場所で詰ますのは負けとして)プレイすると手数が伸びる. ただし, それほど難易度は上がらない.
- 黒プレイヤーに1ゲームの間に「ココセ(相手の手番に相手の着手を指定する権利)」をいくつか与えることにすると人間同士でも楽しめるかもしれない.